Exercices de physique - MRUA - Corrigés

cin-mrua.1. Chariot sur un rail à air.

L'exécution du script *Octave* suivant:

```
clear
clf
t=[1.905,1.659,1.343,0.981,0.554];
dt=[0.018,0.019,0.021,0.025,0.03];
d=[0.97,0.8,0.6,0.4,0.2];
v=0.013./dt;
n=length(t);
xmoy=sum(t)/n;
ymoy=sum(v)/n;
a=(t*transpose(v)/n-xmoy*ymoy)/(t*transpose(t)/n-xmoy^2);
b=ymoy-a*xmoy;
t0=b/a;
d=(t0*b)/2;
a=round(a*1000)/1000;
t0=round(t0*1000)/1000;
d=round(d*1000)/1000;
b=round(b*1000)/1000;
printf("(1) a=%g [m/s^2]\n",a)
printf("(2) t=v0/a=%g/%g=%g [s]\n",b,a,t0)
printf("(3) d=t*v0/2=%g [m]\n",d)
t2=-2:0.01:max(t)+0.5;
plot(t,v,'@1;mesures;',t2,a*t2+b,';regression lineaire;')
grid('on')
axis([-1.6 2.5 0 0.9])
xlabel('temps en s')
ylabel('vitesse en m/s')
print grtv.jpg
```

donne

```
(1) a=0.221 [m/s^2]
(2) t=v0/a=0.312/0.221=1.413 [s]
(3) d=t*v0/2=0.22 [m]
```

et le graphique de la figure 1. La pente a (l'accélération) et l'ordonnée à l'origine b (v_0 = vitesse du chariot au moment du passage devant la première cellule) de la "meilleure droite" passant par les points $(t; v)$ des mesures sont calculées par la méthode de la régression linéaire. La pente et l'ordonnée à l'origine de la "meilleure droite" peuvent également être calculées par régression linéaire en utilisant la calculatrice *TI-30XS MultiView*:

(1) taper sur la touche data,
(2) entrer les valeurs des temps mesurés dans la colonne *L1*,
(3) entrer les valeurs des vitesses mesurées dans la colonne *L2* (passer d'une colonne à l'autre avec la flèche horizontale),
(4) taper sur la touche stat (touche 2nd, puis data) et taper sur la touche 2 et trois fois sur la touche enter ,
(5) descendre avec la flèche verticale jusqu'à `a=` et `b=`

cin-mrua.2. Accélération.

(1) On trouve

$$a = \frac{100 \text{ km/h}}{12 \text{ s}} = \frac{\frac{100}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{12 \text{ s}} \approx 2.31 \text{ m/s}^2$$

(2) On trouve

$$a = \frac{850 - 300 \text{ km/h}}{1 \text{ m}} = \frac{\frac{550}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{60 \text{ s}} \approx 2.55 \text{ m/s}^2$$

cin-mrua.3. Une voiture.

(1) On trouve

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}2 \cdot 7^2 + 14 \cdot 7 = 147 \text{ m}$$

et

$$v = v_0 + at = 14 + 2 \cdot 7 = 28 \text{ m/s} \approx 101 \text{ km/h}$$

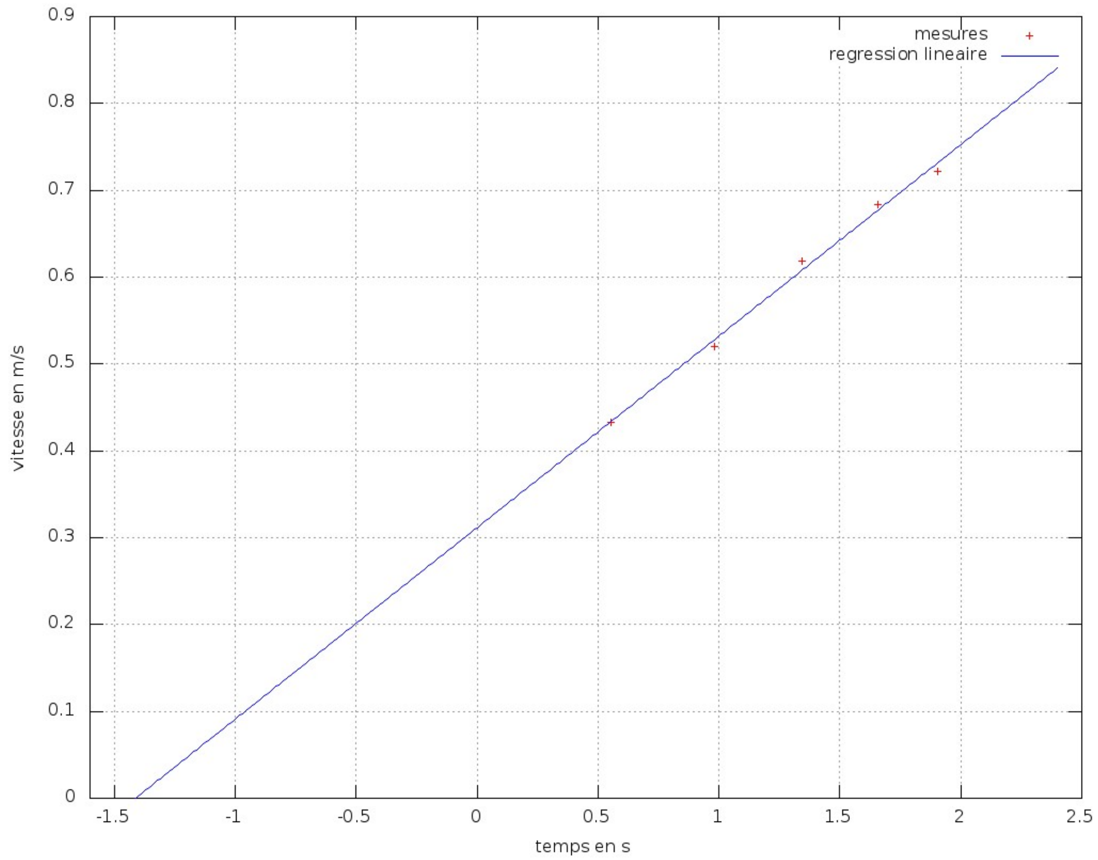

FIGURE 1. Exercice cin-mrua.1

(2) On trouve

$$v = v_0 + at \;\Rightarrow\; t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{\frac{90}{3.6} - 14}{2} = 5.5 \text{ s}$$

et

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}2 \cdot 5.5^2 + 14 \cdot 5.5 \approx 107 \text{ m}$$

Remarquons que

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 + v_0\frac{v - v_0}{a} = \frac{(v - v_0)^2 + 2(v - v_0)}{2a}$$

$$= \frac{v^2 - 2vv_0 + v_0^2 + 2vv_0 - 2v_0^2}{2a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \;\Rightarrow\; \boxed{2ad = v^2 - v_0^2}$$

cin-mrua.4. Un véhicule.

(1) On trouve

$$d = \frac{1}{2}at^2 \;\Rightarrow\; a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2 \cdot 225}{30^2} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

(2) On trouve

$$v = v_0 + at = 0.5 \cdot 30 = 15 \text{ m/s} \;\Rightarrow\; d = v \cdot t = 15 \cdot 60 = 900 \text{ m}$$

(3) On trouve

$$v = v_0 + at \;\Rightarrow\; t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 15}{-1.5} = 10 \text{ s et } d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}(-1.5) \cdot 10^2 + 15 \cdot 10 = 75 \text{ m}$$

(4) On trouve

$$v_{moyenne} = \frac{225 + 900 + 75}{30 + 60 + 10} = 12 \text{ m/s}$$

Le graphique $t \mapsto v$ se trouve sur la figure 2.

cin-mrua.5. Un métro.

(1) L'accélération vaut

$$a = -[^1] \text{ m/s}^2$$

(a) Il faut résoudre l'équation

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \;\Rightarrow\; v_0 = \frac{d - \frac{1}{2}at^2}{t} = \frac{d}{t} - \frac{1}{2}at = \frac{[\text{d0bcL}]}{[\text{t0bcL}]} - \frac{1}{2}(-[^2])[\text{t0bcL}] \approx [^3] \text{ m/s}$$

(b) La vitesse à la fin du freinage vaut:

$$v = v_0 + at \approx [^4] \text{ m/s}$$

[1] a0bcL/3.6
[2] a0bcL/3.6
[3] d0bcL/t0bcL−0.5∗(−a0bcL/3.6)∗t0bcL
[4] d0bcL/t0bcL−0.5∗(−a0bcL/3.6)∗t0bcL−a0bcL/3.6∗t0bcL

cin-mrua.6. Un train.

(1) Le graphique $t \mapsto v$ se trouve sur la figure 3.

(2) On trouve

$$d = \frac{1}{2}\frac{\frac{50}{3.6}}{20}20^2 + \frac{50}{3.6}\cdot 70 + \frac{1}{2}\frac{\frac{110-50}{3.6}}{50}50^2 + \frac{50}{3.7}\cdot 50$$

$$= \frac{1}{2}\frac{50}{3.6}20 + \frac{50}{3.6}\cdot 70 + \frac{1}{2}\frac{110-50}{3.6}50 + \frac{50}{3.6}\cdot 50 \approx 2220 \text{ m} = 2.22 \text{ km}$$

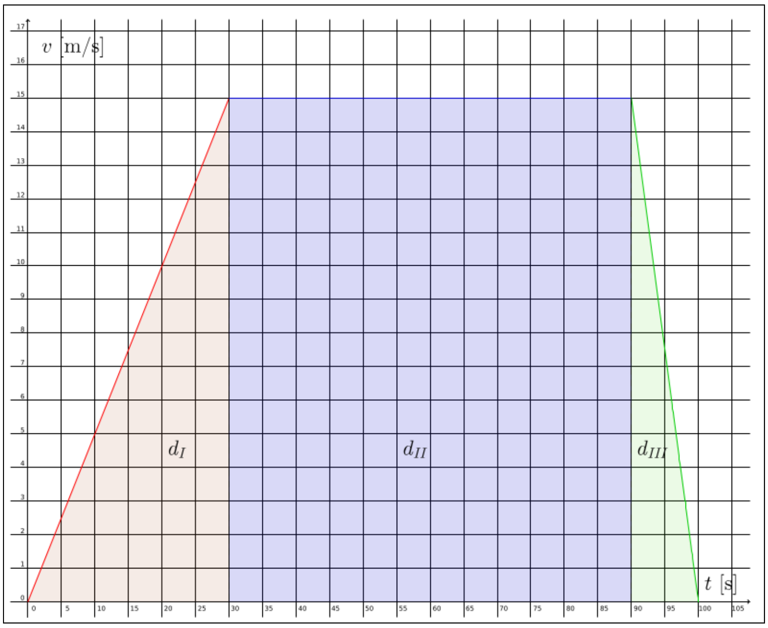

FIGURE 2. Exercice cin-mrua.4

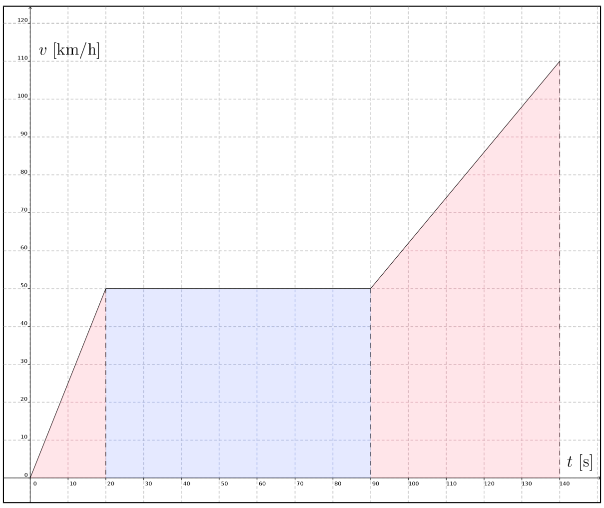

FIGURE 3. Exercice cin-mrua.6

C'est la surface de l'aire délimitée par le graphe de la fonction $t \mapsto v$, l'axe des abscisses et l'axe verticale passant par $t = 140$ s.

cin-mrua.7. Un TGV.
On trouve

$$2ad = v^2 - v_0^2 \;\Rightarrow\; a = \frac{v^2 - v_0^2}{2d} = \frac{\left(\frac{130}{3.6}\right)^2 - \left(\frac{210}{3.6}\right)^2}{2 \cdot 500} \approx -2.10 \text{ m/s}^2$$

cin-mrua.8. Un véhicule.
On trouve

$$2ad = v^2 - v_0^2 \;\Rightarrow\; v_0 = \sqrt{v^2 - 2ad} = \sqrt{\left(\frac{95}{3.6}\right)^2 - 2 \cdot 1.7 \cdot 150} \approx 13.7 \text{ m/s} \approx 49.1\text{km/h}$$

cin-mrua.9. Un immeuble.
On trouve pour la vitesse du pot de fleurs au moment où il atteint le haut de la fenêtre

$$h = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \;\Rightarrow\; v_0 = \frac{h - \frac{1}{2}at^2}{t} = \frac{h}{t} - \frac{1}{2}at = \frac{1.5}{0.1} - \frac{1}{2}10 \cdot 0.1 = 14.5 \text{ m/s}$$

Par conséquent,

$$2ad = 14.5^2 - 0^2 \;\Rightarrow\; a = \frac{14.5^2}{2 \cdot 10} \approx 10.5 \text{ m}$$

ce qui correspond à trois étages et demi. La scène de ménage a donc lieu au cinquième étage.

cin-mrua.10. Un mobile.

(1) Dans le sens de l'axe.
(2) C'est un MRUA.
(3) $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 1 \cdot 6 + \frac{1}{2}0.5 \cdot 6^2 = 15$ m.
(4) Au temps $t = -2$ sa vitesse était nulle. De plus, $d = \frac{1}{2}0.5 \cdot 2^2 = 1$ m. Il est donc parti de la position $x = -1$ m.

cin-mrua.11. Un train.
On a

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \;\Rightarrow\; t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{\frac{90-18}{3.6}}{0.2} = 100 \text{ s} = 1'40''$$

De plus,

$$v(t) = \frac{18}{3.6} + 0.2 \cdot t = 5 + \frac{t}{5}$$

cin-mrua.12. Deux automobiles.

(1) On choisit $t = 0$ au moment où l'automobile A démarre et $x = 0$ à l'endroit où elle démarre. Ainsi,

$$x_A(t) = \tfrac{1}{2}2 \cdot t^2$$
$$x_B(t) = \tfrac{72}{3.6} \cdot t = 20t$$

(2) Il faut résoudre l'équation

$$x_A(t) = x_B(t) \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}2t^2 = 20t \;\Rightarrow\; t = 20 \text{ s}$$

Par conséquent, la voiture A rattrape la voiture B après 20 secondes en $x = 20 \cdot 20 = 400$ m. La solution graphique, se trouve sur la figure 4.

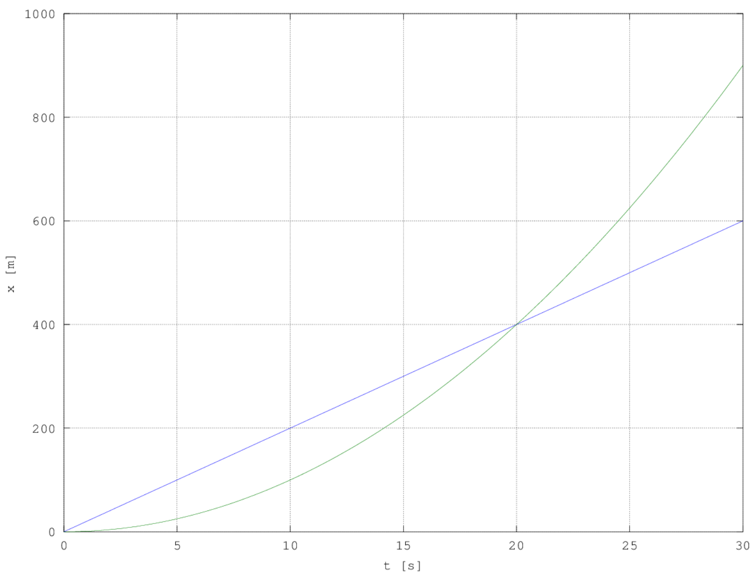

FIGURE 4. Exercice cin-mrua.12.

cin-mrua.13. Le choc.

On choisit $t = 0$ et $x = 0$ à la sortie de la courbe. Ainsi,

$$x_V(t) = \tfrac{108}{3.6} \cdot t - \tfrac{1}{2}3.8 \cdot t^2 = 30t - 1.9t^2$$
$$v_V(t) = 30 - 3.8t$$
$$x_T(t) = 50 + 10t$$

Remarquons que $v_V(t) = 0 \;\Rightarrow\; t \approx 7.9$ s. Pour savoir si la voiture rattrape le tracteur, il faut résoudre l'équation:

$$x_V(t) = x_T(t) \;\Rightarrow\; 50 + 10t = 30t - 1.9t^2 \;\Rightarrow\; 1.9t^2 - 20t + 50 = 0$$

$$\Rightarrow\; t = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 1.9 \cdot 50}}{2 \cdot 1.9} = \frac{20 \pm \sqrt{20}}{3.8} \approx 4.1 \text{ ou } 6.4 \text{ s}$$

La voiture rattrape, donc entre en collision avec le tracteur après 4.1 secondes de freinage, soit $\approx 50 + 10 \cdot 4.1 = 91$ m après la sortie de la courbe. A ce moment, la vitesse de la voiture vaut $\approx 30 - 3.8 \cdot 4.1 \approx 14.42$ m/s≈ 52 km/h et celle du tracteur vaut toujours 36 km/h, soit une vitesse relative de $52 - 36 = 16$ km/h.

La solution graphique se trouve sur la figure 5.

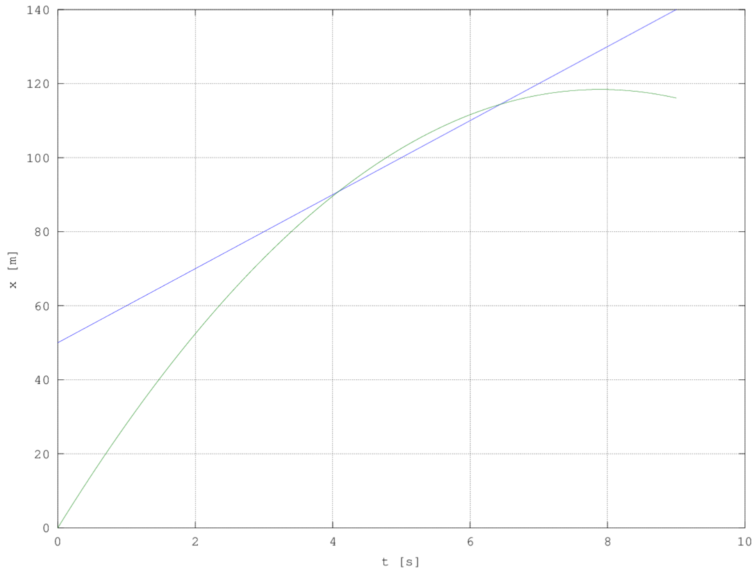

FIGURE 5. Exercice cin-mrua.13.

cin-mrua.14. Billes.

On a $x_{B1}(t) = 300 - \frac{1}{2}9.8t^2$ et $v_{B1}(t) = -9.8 \cdot t$.

(1) $x_{B1}(3) = 255.9$ m

(2) $v_{B1}(t_1) = -60 \;\Rightarrow\; t_1 = \frac{-60}{-9.8}$ s et $x_{B1}(t_1) = 300 - \frac{1}{2}9.8\left(\frac{60}{9.8}\right)^2 \approx 116.3$ m.

On trouve $x_{B1}(t_2) = 0 \;\Rightarrow\; t_2 = \sqrt{\frac{2\cdot 300}{9.8}} \approx 7.8$ s. Donc au moment où la première bille touche le sol, la deuxième est à une altitude de

$$x = 300 - \frac{1}{2}9.8\left(\sqrt{\frac{2\cdot 300}{9.8}} - 1\right)^2 \approx 71.8 \text{ m}$$

cin-mrua.15. Un projectile.

(1) On a $v_P(t) = v_0 - 9.8 \cdot t$, par conséquent, $0 = v_0 - 9.8 \cdot 3 \;\Rightarrow\; v_0 = 29.4$ m/s.

(2) $gh = \frac{1}{2}v_0^2 \;\Rightarrow\; h = \frac{\frac{1}{2}v_0^2}{9.8} = 44.1$ m

(3) La vitesse à l'arrivée est égale à v_0.

cin-mrua.16. Une pierre.

On a ($g = 9.8$ m/s^2, $v_0 = 29.4$ m/s)

$$x_{P1}(t) = v_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$x_{P2}(t) = -\tfrac{1}{2}g(t-4)^2$$

et

$$x_{P1}(t) = x_{P2}(t) \;\Rightarrow\; v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}g(t-4)^2 \;\Rightarrow\; v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{1}{2}8gt - \frac{1}{2}g16$$
$$\Rightarrow\; v_0 t = 4gt - 8g \;\Rightarrow\; t = \frac{8g}{4g - v_0} == \frac{8g}{4g - 3g} = 8 \text{ s}$$

soit 4 secondes exactement après qu'on ait lâché la deuxième pierre.